x	0	$\frac{1}{\sqrt{e}}$	e
f"(x)	−	0	+

$f''(x)$ S'annule en $\frac{1}{\sqrt{e}}$ et change de signe

Donc le point $I\left(\frac{1}{\sqrt{e}},\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ est un point d'inflexion pour C.

*/ soit T la tangente à C en I.

$$T: y = f'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)\left(x-\frac{1}{\sqrt{e}}\right)+f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right).$$

$$\text{Or } f'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = -\frac{1}{2\frac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{\frac{3}{2}}} = -\frac{\sqrt{e}}{\sqrt{6}}$$

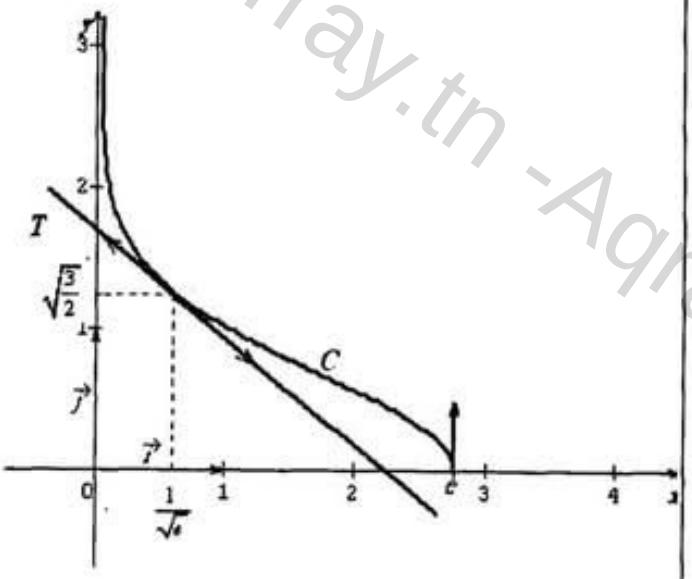
$$\Rightarrow T: y = -\frac{\sqrt{e}}{\sqrt{6}}\left(x-\frac{1}{\sqrt{e}}\right)+\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$= -\sqrt{\frac{e}{6}}x+\frac{1}{\sqrt{6}}+\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$= -\sqrt{\frac{e}{6}}x+\frac{4}{\sqrt{6}}.$$

$$\Rightarrow T: y = -\sqrt{\frac{e}{6}}x+\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

6) Courbe C



Exercice 14

$$g(x) = 2x\sqrt{x} - 3\ln x + 6$$

$$f(x) = \frac{3\ln x}{\sqrt{x}} + x - 1$$

1) $x \in]0,+\infty[$.

$$g'(x) = 2\left(\sqrt{x}+\frac{\sqrt{x}}{2}\right)-\frac{3}{x} = 3\sqrt{x}-\frac{3}{x}$$

$$= \frac{3\left(x\sqrt{x}-1\right)}{x}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x\sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1.$$

Donc g est strictement croissante sur $]0,1]$ et strictement décroissante sur $[1,+\infty[$.

Donc : $x \le 1 \Leftrightarrow g(x) \ge g(1) = 8 \Leftrightarrow g(x) \succ 0$

$x \ge 1 \Leftrightarrow g(x) \ge g(1) = 8 \Leftrightarrow g(x) \succ 0$

Conclusion : $\forall x \in]0,+\infty[$, on a $g(x) \succ 0$

2)*/ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{3\ln x}{\sqrt{x}} + x - 1$

$\square+\infty\square\square$

$$= \lim_{x\to 0^+} 3.\underbrace{\ln x}_{-\infty}.\frac{1}{\sqrt{x}} + x - 1 = -\infty$$

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{3\ln x}{\sqrt{x}} + x - 1\right)$

$$= \lim_{x\to+\infty} 3.\frac{\overbrace{\ln x}^{0}}{\frac{1}{x^2}} + x - 1 = +\infty.$$

3) $x \in]0,+\infty[$

$$f'(x) = \frac{3\left(\frac{1}{x}\sqrt{x} - \ln x.\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{x} + 1$$

$$= \frac{3\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}\right)}{x} + 1$$

$$= 3\left(\frac{2-\ln x}{2x\sqrt{x}}\right) + 1$$

Oarray.tn -Aqra Blech- Oarray.tn